به‌کارگیری رویکرد فرایند نوفهٔ شلیک برای محاسبه حق‌بیمه خالص محصولات کشاورزی

پژوهش موردی: بیمه گندم دیم

حمید ندیمی* ، دکتر رضا افقی ، شهاب هاشم‌بیک محلاتی*****

بازنگری، اصلاح و تکمیل: حسین رسول‌اف (فراوند)

چکیده

امروزه اقتصاد کشاورزی در ایران، با توجه به شرایط دشوار تولید در بخش کشاورزی، رابطه تنگاتنگی با بیمه کشاورزی پیدا کرده است. این در حالی است که بهره‌گیری نکردن از مدلهای مناسب برای تعیین حق‌بیمه محصولات کشاورزی، چالشها و تنگناهای مالی بسیاری را برای صندوق بیمه کشاورزی به همراه دارد. از همین‌رو، در این مقاله برای نخستین بار در بیمه کشاورزی ایران، برای تعیین حق‌بیمه محصولات کشاورزی، از فرایند نوفهٔ شلیک، بهره‌گیری شده و در آن، خسارتهای گزارش‌شده در زمینه بیمه گندم دیم، مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. در این راستا، نخست رابطه میان مدل فرایند خسارتهای انباشته‌شده (به‌عنوان یک روش تعیین حق‌بیمه خالص) و فرایند نوفه شلیک، معرفی، و ویژگیهای مثبت این فرایند، برشمرده شده و محاسبه‌های مربوط برای تعیین حق‌بیمه خالص انجام پذیرفته؛ و پس از آن، اثر عوامل سربار، لحاظ شده است. سرانجام نیز، مقایسه‌ای میان نتایج این بررسی، با روشهای کنونی به‌کار رفته در صندوق بیمه کشاورزی، انجام گرفته و دستاوردهای آن از دیدگاه اقتصاد کشاورزی، بررسی شده است.

کلیدواژه‌ها:

بیمه محصولات کشاورزی، حق‌بیمه خالص، فرایند نوفهٔ شلیک، عامل سربار، گندم دیم.

* کارشناس ارشد علوم بیم‌سنجی (آکچواریال)، مؤسسه آموزش عالی بیمه اکو، دانشگاه علامه طباطبایی
E-mail: hamidtrip@gmail. com

** دکتری اقتصاد بیمه و عضو هیئت علمی‌مؤسسه آموزش عالی بیمه اکو، دانشگاه علامه طباطبایی

*** کارشناس ارشد مدیریت مناطق بیابانی، دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه تهران

مقدمه

همه فعالیتهای اقتصادی، همواره با درصدی از ریسک همراه است. از نگاه اقتصاد کشاورزی، هر آنچه در چرخه تولید محصول، کاستی یا ناکارایی پدید آورد (از کمبود ماده اولیه تا آفت زدن به مزرعه و یا خشکسالی)، ریسک به‌شمار می‌آید. همگی این ریسکها و پیامدهای آن در اقتصاد کشاورزی میتواند به‌طورمستقیم، به شرکتهای بیمه مربوط شود.

در ادبیات بیمه کشاورزی، ریسک را بیشتر به پدیده‌های نامساعد آب‌وهوایی ارتباط می‌دهند؛ پدیدههایی همچون تگرگ، سرمازدگی، خشکسالی و یا بارانهای سیلآسا که میتوانند خسارتهای چشمگیری پدید آورند. در این راستا، ابزارهای گوناگونی برای مدیریت ریسک در گستره اقتصاد کشاورزی، نوآفرینی شده است که یکی از آنها، بیمه محصولات کشاورزی است. در بیمه محصولات کشاورزی، بیمه-گذار (کشاورز) پیامدهای رخدادی نامشخص در آینده (خسارت) را با پرداخت مبلغی مشخص، قطعی و کمتر از خسارت (حق‌بیمه)، به بیمهگر (شرکت بیمه) انتقال می‌دهد(۱).

شرکتهای بیمه خصوصی در بازارهای بیمه محصولات کشاورزی با پدیدههایی همچون انتخاب نامساعد یا ریسک سیستماتیک درگیر هستند (۸ و ۱۴). نبود بانک دادهای خسارتها، از یکسو و به‌کار نگرفتن روشی مناسب در تعیین نرخهای حق‌بیمه از دیگر سو، بازار بیمه محصولات کشاورزی را با چالش روبهرو کرده است. از اینرو، در بسیاری از کشورها همچون ایالات متحد امریکا، ژاپن، هندوستان و برزیل، مجموع حق‌بیمه دریافتی در صنعت بیمه کشاورزی، همواره بسیار کمتر از مجموع خسارتهای پرداخت شده است. این پیامد نیز در جای خود، خسارتهای فراوانی را به شرکتهای بیمه وارد می‌کند و این در حالی است که بار اصلی این خسارتها، بر دوش دولتها خواهد بود (۹).

ایران نیز از این روند، جدا نبوده و با وجود حمایتهای دولتی در بیشتر زمینه‌های فعالیت صندوق بیمه کشاورزی، همچنان این رشته بیمهای، بسیار زیانآور است. یادآوری می‌شود، در ایران به‌عکس بسیاری از کشورها، شرکتهای خصوصی بیمه، به‌دلیل زیانده بودن و روشن نبودن نرخهای این بخش، تا به امروز هیچگونه فعالیتی در بازارهای بیمه محصولات کشاورزی نداشتهاند و دولت در این بازار انحصاری و زیانده، نقش اصلی را بازی میکند. بی‌گمان، یکی از اصلیترین دلیلهای این ناهمگنی، نبود روشی مناسب برای تعیین حق‌بیمه محصولات کشاورزی است.

در راستای همین نیاز و کمبود، این پژوهش برای نخستین بار، حق‌بیمه یکی از محصولات راهبردی کشاورزی در ایران، یعنی گندم دیم را با بهره‌گیری از فرایند نوفهٔ شلیک (Shot Noise) تعیین می‌کند.

از آنجا که توزیع شدت خسارتها در میان محصولات گوناگون کشاورزی، متفاوت است، تلاش شده است تا با تمرکز بر یک محصول، دقت مدل به بالاترین اندازه ممکن، افزایش یابد. همچنین، به دلیل کمبود داده‌های ثبت‌شده درخور اطمینان و نیز، بر اساس پیشنهاد کارشناسان صندوق بیمه کشاورزی، به سبب بالا بودن ریسکهای منطقه‌ای و با انگیزه مدلسازی در شرایط ریسکی بیشینه، منطقه دیواندره استان کردستان، به‌عنوان یکی از فعالترین و پرریسکترین شعبه‌های کشور در زمینه کشت گندم دیم، انتخاب شده است.

پایه‌های نظری پژوهش

در میان روشهای تعیین حق‌بیمه محصولات کشاورزی، دو دیدگاه کلی وجود دارد:

۱. تعیین حق‌بیمه بر پایه مقدار محصول تولیدشده

به این گونه بیمه‌نامه‌ها، «بیمه کشاورزی مقدار محصول شخصی تولیدشده[۱] » گویند. نام این محصول بیمه‌ای در ایالات متحد امریکا، «پوشش بیمه کشاورزی چندخطره» است. چنین بیمه‌نامه‌هایی در مکزیک، اسپانیا، هندوستان و برزیل نیز به فروش میرسد (۱۴). فرایند این بیمه‌نامه‌ها بدینسان است که در زمان برداشت، اگر میزان محصول برداشت‌شده (به ازای هر واحد یا سطح مزرعه) کمتر از مقدار توافق‌شده در بیمه‌نامه باشد، ریسک هزینه باقیمانده را شرکت بیمه، پوشش میدهد. به دیگر سخن، اگر میزان غرامت I باشد و ϕ مقدار فرانشیز مربوط، و $0<\phi<1$ و y^c مقدار تضمین‌شده محصول و y^r مقدار محصول برداشت‌شده باشد، آنگاه مقدار غرامت پرداخت شدنی برابر است با رابطه شماره ۱ (۱۸) :

$$I = (1-\phi)\times\max\left[(y^c - y^r),0\right] \qquad (۱$$

۲. بهره‌گیری از روشهای آماری

رویکرد دیگر در تعیین حق‌بیمه، بهره‌گیری از روشهای کلاسیک آماری است. در این رویکرد، توزیع شدت خسارتها، از اهمیت فراوانی برخوردار است (۱۱ و ۱۵)، زیرا شکل توزیع، نمایانگر نوع ریسکهای مرتبط با آن فعالیت کشاورزی است. همچنین، بهره‌گیری از عملگرهای رتبهای بِیزی (۲۰)، روشهای پارامتری (۲۴)، نیمه پارامتری (۱۴)، ناپارامتری (۲۵)، روشهای کاربردی ناپارامتری بِیزی (۱۳) و مدلهای زمانی- فضایی (۱۹) نیز، در این دستهبندی قرار میگیرند.

در گفتمانهای نظریه ریسک بیمهای، مدل فرایند کلاسیک پوآسون، از جایگاه ویژهای برخوردار

۱. Individual Yield Crop Insurance

است. فرض کنید: y_i شدت خسارتهای اعلام‌شده برای $i=0,1,2,\ldots,N_t$ باشد که به مفهوم آماری، مستقل و هم‌توزیعاند. با در نظر گرفتن نرخ بهره صفر، فرایند خسارت c_t به صورت رابطه شماره۲، تعریف می‌شود:

$$c_t \sum_{i=1}^{N_t} y_i \qquad (۲$$

که در آن، Nt تعداد خسارتها تا زمان t است. حال اگر نرخ بهره صفر نباشد (۱۰ و ۱۲)، مجموع خسارتهای انباشته‌شده تا زمان t به صورت رابطه شماره ۳، تعریف میشود:

$$L_t = \sum_{i=1}^{N_t} y_i \; e^{\delta(t-s_i)} \qquad (۳$$

که در آن، نرخ بهره لحظهای بدون ریسک است. بنابراین، مقدار خسارتهای انباشته تنزیل‌شده تا زمان t برابر است با (رابطه شماره ۴):

$$L_t^d = e^{-\delta t} L_t \longrightarrow L_t^d = \sum_{i=1}^{N_t} y_i \, e^{-\delta s_i} \qquad (۴$$

از همین‌رو، حق‌بیمه خالص برابر خواهد بود با: $\mathbb{E}(L_t^d)$ (۱۱).

در این مقاله، به کمک فرایند مارکوفی‌تکهای‌قطعی (۳ و ۲۲)، ارتباطی میان فرایند خسارتهای انباشته‌شده و فرایند نوفه‌شلیک (۴ و ۱۰)، به‌دست خواهد آمد که بر پایه امید ریاضی تابع نوفه‌شلیک (۲)، حق‌بیمه خالص، محاسبه میشود.

گفتنی است، در این مقاله برای نخستین‌بار در ایران، از فرایندهای نوفه‌شلیک در محاسبه حق‌بیمه خالص محصولات کشاورزی بهره‌گیری شده و ازهمین‌رو، مطلبی برای پیشینه پژوهش داخلی، در دست نبوده است.

روشها و ابزارهای پژوهش

۱. فرایند نوفهٔ شلیک

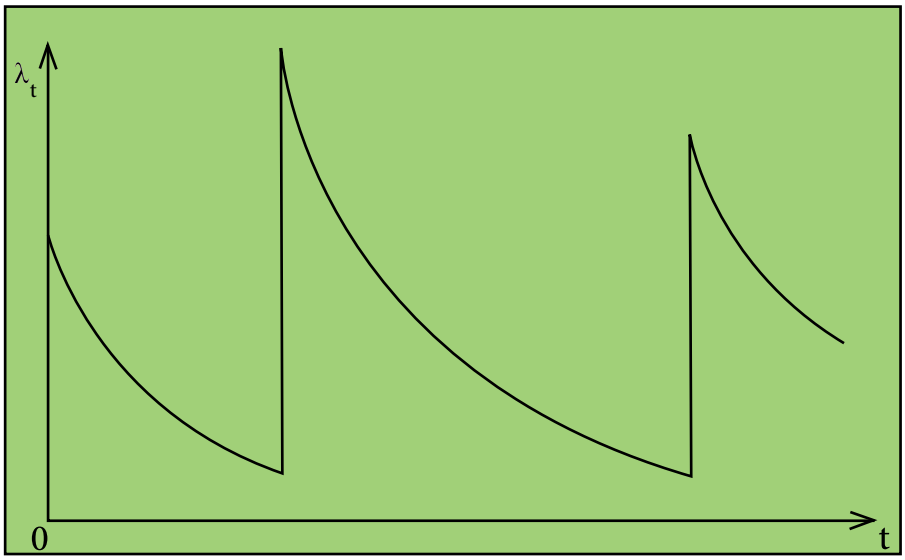
تابع نوفهٔ شلیک (یا صدای شلیک یا نویز ضربه‌ای – Shot Noise Function)، یک تابع چندمتغیره است که در بازه‌های زمانی مشخص، شدت و تعداد رخدادهای تصادفی را مدلسازی می‌کند.

یکی از نخستین کاربردهای این روش در مسائل بیمه، ازسوی داسیوس و یانگ (۲۰۰۳) انجام گرفت که با بهره‌گیری از تابع نوفه شلیک ارائه‌شده ازسوی کاکس و ایسام (۱۹۸۰) و با به‌کارگیری فرایند کاکس (Cox Process)، به مدلسازی حق‌بیمه‌های اتکایی رویدادهای فاجعه‌آمیز (Catastrophic Events) پرداختند.

آنگاه، یانگ (۲۰۰۴) با بهره‌گیری از فرایندهای مارکوفی تکه‌ای قطعی (PiecewiseDeterministic Markov Process) گشتاورهای (Moments Function) تابع نوفه شلیک را معرفی کرد. پس از آن ، یانگ و کرواویچ (۲۰۰۴) با بهره‌گیری از ارتباط میان تابع خسارتهای انباشته تنزیل‌شده و فرایند نوفه شلیک، روشی را برای محاسبه حق‌بیمه خالص بر اساس شدت و تواتر خسارتهای بیمه‌ای، پدید آوردند.

از فرایند نوفه‌شلیک میتوان در بسیاری از گفتمانهای نظریه ریسک، همچون زمینه‌های مالی و بیمه برای محاسبه نرخهای حق‌بیمه بهره جست. ویژگی اصلی فرایند نوفه‌شلیک، توانایی آن در اندازهگیری فراوانی، شدت و فاصله زمانی میان رخدادهای پیاپی، بر پایه رخدادهای پیشین است. چنانکه نمودار شماره ۱ نشان می‌دهد، در گستره زمان، تابع نوفه‌شلیک در اثر پدید آمدن یک رخداد (بر پایه شدت آن رخداد) روند افزایشی (صعودی) دارد و پس از آن تا پیش از پدید آمدن رخداد دیگری روند کاهشی (نزولی) می‌یابد. بنابراین با توجه به ماهیت خسارتهای واردشده به محصولات کشاورزی (فراوانی و فزونی زمانی خسارتها)، تعیین حق‌بیمه با بهره‌گیری از فرایند

نوفه‌شلیک، مورد نیاز و بایسته است.



نمودار شماره ۱ : فرایند نوفه‌شلیک

در این پژوهش، از تابع نوفه‌شلیک ارائه‌شده ازسوی کاکس و ایسام[1] (۱۹۸۰) برای محاسبه حق‌بیمه خالص، به شرح رابطه شماره ۵، بهره‌گیری شده است:

$$\lambda_t = \lambda_0 e^{-\kappa t} + \sum_{s_i \le t} y_i \; e^{-\kappa(t-s_i)} \qquad (۵$$

که در آن λ_t شدت جهش در زمان t ؛ λ_0 مقدار اولیه λ در زمان صفر و y_i اندازه جهش (صعود) رخداد پیشین i ام است و $\mathbb{E}(y_i) < \infty$ و si زمان رخداد پیشین i ام به شمار می‌رود و $(s_i < t < \infty)$ و κ نیز، نرخ نزول نمایی است.

۱. Cox & Isham

۲. رابطه میان فرایند خسارتهای انباشته‌شده و فرایند نوفه‌شلیک

برای به‌دست آوردن $\mathbb{E}(L_t^d)$ که در بخش پیشین از آن سخن گفته شد، می‌توان میانگین تابع نوفه‌شلیک را به‌کار برد؛ بنابراین، نخست با بهره‌گیری از فرایند مارکوفی‌تکهای‌قطعی، امید ریاضی تابع نوفه‌شلیک برای به‌دست آوردن حق‌بیمه خالص، محاسبه می‌شود. گفتنی است، فرایند مارکوفی‌تکهای‌قطعی، نخستین‌بار در سال ۱۹۸۴ از سوی دیویس[۱] معرفی شد. فرایند نوفه‌شلیک نیز، حالت خاصی از فرایند مارکوفی‌تکهای‌قطعی است؛ در نتیجه می‌توان گشتاور تابع نوفه‌شلیک را از این راه، محاسبه کرد. آنگاه ارتباط بین میانگین فرایند نوفه‌شلیک و $\mathbb{E}(L_t^d)$ بیان می‌شود.

تعریف شماره ۱: فرایند مارکوفی‌تکهای‌قطعی، یک فرایند مارکوفی X_t با دو پارامتر (η_t, ξ_t) است که در آن، η_t مقادیری گسسته را از مجموعه $(k \in \mathbb{N})$ و ξ_t است که مقادیری از مجموعه $(M \subset \mathbb{R})$ اختیار میکند؛ در نتیجه فضای وضعیت X_t برابر است با:

$$\mathbb{E} = \{ (n, z): n \in$$

برپایه ویژگیهای فرایند مارکوفی‌تکهای‌قطعی و پس از در نظر گرفتن پارامترهای فرایند نوفه‌شلیک به‌عنوان تابعی از زمان، تابع مولد فرایند (λ_t, N_t, t) روی تابع $f(\lambda, n, t)$ برابر خواهد بود با (رابطه شماره ۶):

$$\mathrm{A}\, f(\lambda, n, t) = \frac{\partial f}{\partial t} - \kappa(t)\lambda \frac{\partial f}{\partial \lambda} + \rho(t)[\int f(\lambda + y, n+1, t) G(y; t) dt - f(\lambda, n, t)] \quad (۶$$

که در آن $G(y; t)$ تابع توزیع yها (اندازه جهش) و N_t تعداد خسارتها تا زمان t است؛ آنگاه از راه تابع مولد پیشگفته، می‌توان به معادله شماره ۷، رسید (۱۱):

۱. Davis

$$\mathbb{E}(\lambda_t|\lambda_0) = \lambda_0 - \kappa \int_0^t \mathbb{E}(\lambda_s|\lambda_0)ds + \int_0^t m_1(s)\rho(s)ds \quad (۷$$

که در آن $\mathbb{E}(\lambda_t|\lambda_0)$ میانگین شرطی تابع نوفه‌شلیک، $\rho(s)$ نرخ تعداد جهش‌ها، K نرخ نزول نمایی و $m_1(s)$ گشتاور یکم توزیع متغیر تصادفی y است (رابطه شماره ۸).

$$\frac{d\mathbb{E}(\lambda_t|\lambda_0)}{dt} = -\kappa\mathbb{E}(\lambda_t|\lambda_0) + m_1(t)\rho(t) \quad (۸$$

از سویی، از معادله شماره ۷، معادله تفاضلی زیر (شماره ۹) استخراج می‌شود:

$$\frac{d\mathbb{E}(\lambda_t|\lambda_0)}{dt} = -\kappa\mathbb{E}(\lambda_t|\lambda_0) + m_1(t)\rho(t) \quad (۹$$

آنگاه پس از حل معادله تفاضلی پیشگفته، خواهیم داشت (۱۱):

$$\mathbb{E}(\lambda_t|\lambda_0) = \lambda_0 e^{-\kappa t} + e^{-\kappa t}\int_0^t e^{\kappa s}\, m_1(s)\, \rho(s)\, ds \quad (۱۰$$

بنابراین، با ثابت در نظر گرفتن $G(y;t)$ و $\rho(t)$ نسبت به زمان (t) ، امید ریاضی تابع نوفه‌شلیک به صورت زیر (معادله شماره ۱۱) تعریف خواهد شد:

$$\mathbb{E}(\lambda_t|\lambda_0) = \lambda_0 e^{-\kappa t} + m_1\, \rho\, \frac{1- e^{-\kappa t}}{\kappa} \quad (۱۱$$

چنانچه در رابطه شماره ۵ نیز، به جای قرار دهیم $-\delta$ ، آنگاه خواهیم داشت (رابطه ۱۲):

$$\xi_t = \xi_0 e^{\delta t} + \sum_{s_i \le t} y_i e^{\delta(t-s_i)} \quad (۱۲$$

حال اگر $\xi_0=0$ باشد و L را به جای قرار دهیم ، سپس خواهیم داشت (رابطه شماره ۱۳):

$$L_t = \sum y_i e^{\delta(t-s_i)} \quad (۱۳$$

همچنین، برپایه رابطه شماره ۶، با بهره‌گیری از تابع مولد فرایند $(\lambda t,n,t)$ روی تابع $f(l,n,t)$ نیز، رابطه شماره ۱۴، استخراج می‌شود:

$$A f(l,n,t) = \frac{\partial f}{\partial t} + \partial l \frac{\partial f}{\partial l} + \rho(t)[\int_0^{\infty} f(l+y,n+1,t)dG(y;t) - f(l,n,t)] \quad (۱۴$$

که از رابطه پیشگفته نیز، می‌توان معادله شماره ۱۵ را استخراج کرد (۱۱):

$$\mathbb{E}[L_t] = e^{\delta t} \int_0^t e^{-\delta s} m_1(s)\rho(s)ds \quad (۱۵$$

اینک، چنانچه دو طرف رابطه پیشگفته را در $e^{\wedge}(-\delta t)$ ضرب کنیم، خواهیم داشت (رابطه ۱۶):

$$\mathbb{E}[L_t^d] = \int_0^t e^{-\delta s} m_1(s)\rho(s)ds \quad (۱۶$$

آنگاه، اگر $\rho(t)$ و $G(y;t)$ نسبت به زمان ثابت باشند، حق‌بیمه خالص به صورت رابطه شماره ۱۷، محاسبه خواهد شد:

$$\mathbb{E}(L_t^d) = m_1 \rho \frac{1-e^{-\delta t}}{\delta} \quad (۱۷$$

که در آن، δ نرخ بهره لحظه‌ای، ρ نرخ توزیع پواسون و m_1 گشتاور یکم (امید ریاضی) شدت جهش‌ها خواهد بود.

۳. داده‌های به‌کار رفته در پژوهش

داده‌های به کار رفته در این مقاله، بر پایه گزارشهای خسارتهای اعلام‌شده به صندوق بیمه کشاورزی در زمینه اطلاعات بیمه‌نامه‌های گندم دیم ارائه‌شده در سال زراعی ۱۳۸۸- ۸۹ شعبه دیواندره در استان کردستان است. داده‌ها، ارزش ریالی خسارتهای اعلام‌شده به‌تفکیک بیمه‌نامه‌ها

بوده که برای استاندارد کردن ارقام خسارتها بر اساس سطح بیمه‌شده، هریک از مبالغ به سطح بیمه‌شده (به واحد هکتار) تقسیم شده است.

اطلاعات نگاشته شده در جدول شماره ۱، وضعیت بیمه‌نامه‌ها و نرخهای مصوب به‌کار رفته را در منطقه و دوره زمانی پیشگفته، نشان می‌دهد.

جدول شماره ۱: اطلاعات بیمه‌نامه‌های گندم دیم در سال زراعی ۱۳۸۸- ۸۹ شعبه دیواندره استان کردستان

تعداد بیمه‌نامه	تعداد خسارتها	سطح بیمه‌شده (هکتار)	سطح خسارتدیده (هکتار)	حق‌بیمه مصوب به ازای هر هکتار (ریال)	مجموع حق‌بیمه دریافتی (ریال)	مجموع خسارت پرداختی (ریال)
۲۹۵۲	۲۶۶۴	۳۴۷۵۲	۲۰۰۸۸	۸۵۰۰۰	۲۹۵۳۹۲۰۰۰۰	۵۹۳۱۸۲۰۰۰۰

برگرفته از: صندوق بیمه کشاورزی

یافته‌های پژوهش و بحث

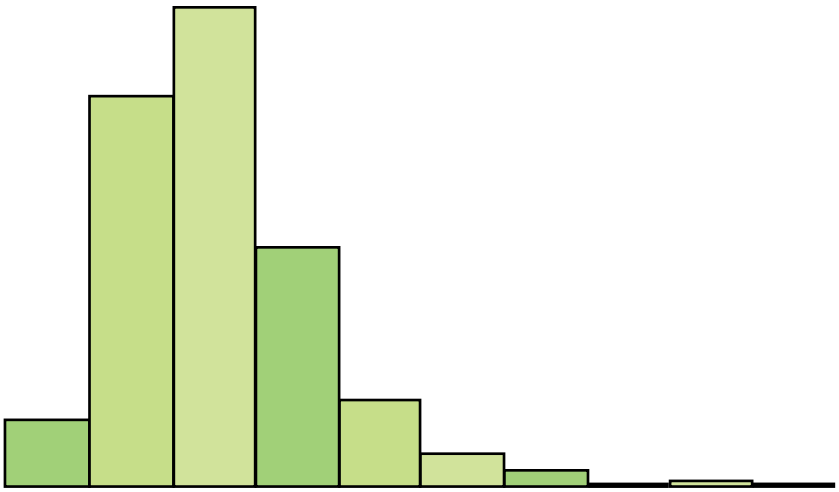
بر پایه مدل معرفی‌شده در بخش ۲ ، توزیع خسارت و براورد پارامترهای مربوط برای یافتن گشتاور یکم (امید ریاضی)، براورد پارامتر فرایند پواسون و محاسبه نرخ بهره لحظهای، برای به‌دست آوردن حق‌بیمه خالص الزامی‌است. از سویی، برای لحاظ کردن عوامل سربار، از ویژگی توزیع نرمال، بهره جسته شده و ضریب عامل سربار نیز، برای مقادیر گوناگون α (درصد خطا) براورد شده است تا حق‌بیمه ناخالص به‌دست آید. یادآوری می‌شود، محاسبه‌ها، با بهره‌گیری از نرم‌افزار R انجام گرفته است.

۱. توزیع خسارتها

پس از بررسی ویژگیهای عمومی‌داده‌ها و رسم نمودار بافتنگار یا هیستوگرام آنها که در نمودار شماره ۲ دیده می‌شود، حدس نخستین در مورد توزیع خسارتها، توزیع تعمیم‌یافته‌بیشینه‌مقدار[۱]

۱. Generalized Extreme Value Distribution

است که پس از بررسیهای دقیقتر توزیع گامبل (نوع نخست) از راه آزمون کلموگروف - اسمیرنوف تأیید شد. براورد پارامترهای توزیع گامبل نیز، با روش حداکثر درستنمایی انجام گرفته است.



نمودار شماره ۲ : نمودار هیستوگرام داده‌های به‌کار رفته

* یادآوری: محور افقی نمودار، نمایانگر شدت (مقدار) خسارتها، و محور عمودی نیز، نشانگر فراوانی خسارتهاست.

با توجه به اینکه تابع چگالی توزیع گامبل با پارامترهای(μ,β)، به صورت $f_X(x)=\frac{1}{\beta}e^{-(z+e^{-z})}$ است که در آن $z=(x-\mu)/\beta$ و $E(X)=\mu+\beta\gamma$ است ($\gamma\approx 0.5772$)، در نتیجه، براورد پارامترهای این توزیع به روش حداکثر درستنمایی از روابط زیر (شماره‌های ۱۸ و ۱۹) استخراج می‌شوند (۱۶):

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \hat{\beta} + \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i e^{-\frac{x_i}{\hat{\beta}}}}{\sum_{i=1}^{n} e^{-\frac{x_i}{\hat{\beta}}}} \qquad (۱۸$$

$$\hat{\mu} = \hat{\beta}\{\ln n - \ln \sum_{i=1}^{n} e^{-\frac{x_i}{\hat{\beta}}}\} \qquad (۱۹$$

که در آن $\hat{\beta}$ و $\hat{\mu}$ براورد پارامترها به‌روش حداکثر درستنمایی است. آنگاه پس از انجام محاسبه‌های

پیشگفته و بهره‌گیری از آزمون کلموگروف - اسمیرنوف، نتایج، به‌صورت داده‌های جدول شماره ۲، به‌دست آمد.

جدول شماره ۲: نتایج براورد پارامترها به روش حداکثر درستنمایی و آزمون نیکویی برازش داده‌ها

براورد پارامتر μ	براورد پارامتر β	مقدار آماره کلموگروف - اسمیرنوف	P - value
۱۵۰۹۹۰	۴۷۱۳۸	۰/۰۲۲۵۹	۰/۱۲۹۸۴

برگرفته از: یافته‌های پژوهش

با توجه به نتایج آزمون کلموگروف - اسمیرنوف و p- مقدار محاسبه‌شده، فرض اینکه داده‌ها دارای توزیع گامبل است، رد نمی‌شود.

در نتیجه، بر پایه داده‌های جدول شماره۲، محاسبه میانگین توزیع گامبل انجام می‌گیرد.

$$E(X)=\mu_{mle}+\gamma\beta_{mle}=(150990)+(0.5772)(47138)=178198.7607$$

۲. فرایند پواسون

در این بخش، پارامتر توزیع پواسون براورد میشود. تابع توزیع پواسون به‌صورت $p(X=x)=\frac{e^{-\rho}\rho^{x}}{x!}$ است، براورد حداکثر درستنمایی پارامتر توزیع پواسون نیز، به صورت $\hat{\rho}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}$ خواهد بود؛ در نتیجه، بر پایه داده‌های جدول شماره۱ خواهیم داشت:

$$\hat{\rho}=\frac{2664}{2952}=0.9024$$

۳. ارزش فعلی

در این بخش، برای نرخ بهرههای چندگانه ارزش کنونی (فعلی) خسارتها، محاسبه می‌شود. برپایه تعریف داریم $\delta=\ln(1+i)$ در نتیجه ارزش فعلی لحظه‌ای[۱] به‌صورت $\bar{a}_t=\frac{1-e^{-\delta t}}{\delta}$ است. در این زمینه، ارزش فعلی برای $t=1$ به صورت داده‌های جدول ۳، به‌دست می‌آید:

۱. Present Value (Force of Interest)

جدول شماره۳ : ارزش فعلی برپایه نرخهای بهره متفاوت

نرخ بهره (i)	۰/۱۲	۰/۱۳	۰/۱۴	۰/۱۵
نرخ بهره لحظه‌ای (δ)	۰/۱۱۳۳۲۸۷	۰/۱۲۲۲۱۷۶	۰/۱۳۱۰۲۸۳	۰/۱۳۹۷۶۱۹
α_t	۰/۹۴۵۴۱۶۹	۰/۹۴۱۳۰۶۵	۰/۹۳۷۲۵۵۹	۰t/۹۳۳۲۶۴

برگرفته از: یافته‌های پژوهش

به‌عنوان نمونه، برای نرخ بهره ۰/۱۳، ارزش فعلی لحظه‌ای در زمان (t-1) برابر ۰/۹۴۱۳۰۶۵ که این مقدار برابر ۱ در زمان t است.

۴. حق‌بیمه خالص

در اینجا با توجه به رابطه شماره ۱۷، حق‌بیمه خالص، برای مقادیر گوناگون نرخ بهره، محاسبه شده که نتایج آن در جدول شماره۴، آمده است:

جدول شماره۴: حق‌بیمه خالص گندم دیم برپایه نرخهای بهره متفاوت

نرخ بهره (i)	۰/۱۲	۰/۱۳	۰/۱۴	۰/۱۵
حق‌بیمه خالص، $E(L_t^D)$، (ریال)	۱۵۲۰۲۹/۲	۱۵۱۳۶۸/۳	۱۵۰۷۱۶/۹	۱۵۰۰۷۵

برگرفته از: یافته‌های پژوهش

۵. عامل سربار

اگر حق‌بیمه خالص را با نمایش دهیم، حق‌بیمه ناخالص برابر است با $(1+\theta)\mathbb{P}$ اثر عامل سربار (Loading Factor) گویند. در ادبیات بیمه‌ای، عامل سربار، پوشش‌دهنده هزینه‌هایی همچون هزینه‌های اداری، بیمه‌گری و مانند آن است که از سوی بیمه‌گذار پرداخت می‌شود.

در اینجا، هدف از براورد θ مناسب، براوردی است که در نتیجه آن، حق‌بیمه ناخالص نهایی بتواند پوشش‌دهنده خسارتهای واردشده با حداکثر خطای α باشد؛ از این رو، ویژگی توزیع نرمال (قضیه حد مرکزی) را بر پایه فرمول $\frac{(1+\theta)\mathbb{P}-\mathbb{E}(y)}{\sqrt{Var\,(y)}} = Z_{1-\alpha}$ به‌کار می‌بریم. با این تعریف که

y، متغیر تصادفی خسارتها و Z توزیع نرمال استاندارد است. با توجه به اینکه E(y)=P است؛ در نتیجه، فرمول به شکل $\frac{\theta \mathbb{P}}{\sqrt{Var(y)}} = Z_{1-\alpha}$ ساده می‌شود. از سویی، چون خسارتها، دارای توزیع گامبل با پارامترهای (μ,β) است و $Var(y) = \frac{\pi^2 \beta^2}{6}$، در نتیجه عامل سربار بر پایه فرمول $\hat{\theta} = \frac{\pi \beta Z_{1-\alpha}}{\sqrt{6}\,\mathbb{P}}$ براورد می‌شود. جدول شماره ۵، براورد مقادیر θ را برای αهای متفاوت نشان می‌دهد.

جدول شماره ۵: براورد عامل سربار

α	۰/۰۱	۰/۰۵	۰/۱۰
θ ی براوردشده	۰/۷۸۹۱۳۳۴	۰/۵۵۸۰۹۳۱	۰/۴۳۴۹۳۹۴

برگرفته از: یافته‌های پژوهش

۶. حق‌بیمه ناخالص

سرانجام در این بخش، حق‌بیمه ناخالص برپایه فرمول $(1+\theta)\mathbb{P}$ محاسبه می‌شود. جدول شماره ۶، مبالغ حق‌بیمه ناخالص محاسبه شده را بر اساس نرخهای بهره (iها) و αهای متفاوت، نمایش می‌دهد.

جدول شماره ۶: حق‌بیمه ناخالص گندم دیم (ریال)

نرخ بهره	α =۰/۰۱	α =۰/۰۵	α =۰/۱۰
i=۰/۱۲	۲۷۲۰۰۰/۵	۲۳۶۸۷۵/۶	۲۱۸۱۵۲/۷
i=۰/۱۳	۲۷۰۸۱۸/۱	۲۳۵۸۴۵/۹	۲۱۷۲۰۴/۳
i=۰/۱۴	۲۶۹۶۵۲/۶	۲۳۴۸۳۱	۲۱۶۲۶۹/۶
i=۰/۱۵	۲۶۸۵۰۴/۲	۲۳۳۸۳۰/۸	۲۱۵۳۴۸/۵

برگرفته از: یافته‌های پژوهش

در جدول شماره ۷، مقایسهای میان حق‌بیمه محاسبه‌شده در این پژوهش و حق‌بیمه به‌کار رفته در صندوق بیمه کشاورزی و نتایج برآمده از آن، نمایش داده می‌شود:

جدول شماره ۷: مقایسه میان حق‌بیمه مصوب کنونی و حق‌بیمه محاسبه شده در این پژوهش و اثرهای آن

یافته‌ها	مجموع حق‌بیمه دریافتی(ریال)	مجموع خسارت پرداخت شده (ریال)	نسبت خسارت
برپایه حق‌بیمه مصوب صندوق بیمه کشاورزی	۲۹۵۳۹۲۰۰۰۰	۵۹۳۱۸۲۰۰۰۰	۲/۰۰۸
برپایه حق‌بیمه واقعی (محاسبه شده در این پژوهش) (α =۰/۰۵، i=۰/۱۴)	۸۱۶۰۸۴۶۹۱۲	۵۹۳۱۸۲۰۰۰۰	۰/۷۲۷

برگرفته از: یافته‌های پژوهش

همانگونه که در جدول شماره ۷ مشاهده می‌شود، چنانچه حق‌بیمه بر پایه روش به‌کار رفته در این پژوهش محاسبه شود، نسبت خسارت، به‌تقریب برابر با ۷۲ درصد است، در صورتی که نسبت خسارت گزارش‌شده، بیشتر از ۲۰۰ درصد است.

از همین‌رو، در راستای حرکت صنعت بیمه کشاورزی از وضعیتی زیانده، به وضعیتی به صرفه و رقابتی، بهره‌گیری از این روش تعیین حق‌بیمه، به مدیران و تصمیمگیرندگان صنعت بیمه کشاورزی، پیشنهاد می‌شود.

نتیجه‌گیری

چنانکه پیشتر نیز گفته شد، بیمه محصولات کشاورزی در بیشتر کشورهای جهان، زیانده است و اغلب، این دولتها هستند که نقشی حمایتی را در این زمینه، بازی می‌کنند. اکنون اگر بخواهیم در صنعت بیمه کشاورزی، از بازار انحصاری دولتی، به سوی بازاری رقابتی با حضور شرکتهای بیمه‌ای خصوصی، پیش برویم، می‌باید از روشهای مناسب نرخگذاری بهره جست تا حق‌بیمه‌های واقعی و تجاری، به‌کار برده شود. در این پژوهش، حق‌بیمه گندم دیم در منطقه دیواندره کردستان، با بهره‌گیری از فرایند نوفه‌شلیک و بر پایه داده‌های صندوق بیمه کشاورزی، محاسبه، و نمایان شد که حق‌بیمه واقعی، از حق‌بیمه مصوب صندوق، بیشتر بوده است.

از آنجا که در ایران، هزینه زیان واردشده به صندوق بیمه کشاورزی را دولت باید پوشش دهد، بهره‌گیری از این روش برای نرخگذاری می‌تواند، کسری بودجه این رشته بیمه‌ای را تا حد زیادی، تعدیل کند و یا دست‌کم، پیشبینی درخور پذیرشی را از زیاندهی سالهای آینده این رشته بیمه‌ای ارائه دهد.

البته گفتنی است، دولت می‌تواند، با هدف حمایت از بخش کشاورزی، که رویه‌ای معمول در دیگر کشورها نیز به‌شمار می‌آید، پرداخت بخشی از تفاوت حق‌بیمه پیشگفته را به کشاورزان، پذیرا شود.

منابع:

1. Booth P, Chadburn R, Cooper D, Haberman S & James D ,(1999), Modern Actuarial Theory and Practice. Chapman & Hall/CRC, London
2. Cox, D. R. , Isham, V. , (1980). Point Processes. Chapman & Hall, London.
3. Dassios, A. , Embrechts, P. , (1989), "Martingales and Insurance Risk". *Communication Statistics: Stochastic Models* 5 (2), 181–217.
4. Dassios, A. , Jang, J. , (2003), "Pricing of Catastrophe Reinsurance and Derivatives Using the Cox Process with Shot Noise Intensity". *Finance and Stochastics* 7 (1), 73–95.
5. Davis, M. H. A. , (1984), "Piecewise Deterministic Markov Processes: A General Class of Non-diffusion Stochastic Models". *Journal of Royal Statistical Society B* 46, 353–388.
6. Embrechts, P. , Klüppelberg, C. , Mikosch, T. , (1997), Modelling Extremal Events for Insurance and Finance. Springer-Verlag, New York.
7. Gerber, H. U. , Shiu, E. S. W. , (1996), "Actuarial Bridges to Dynamic Hedging and Option Pricing". *Insurance: Mathematics and Economics* 18, 183–218.
8. Goodwin B (1994) "Premium Rate Determination in the Federal Crop Insurance Program: What Do Averages Have to Say about Risk?" *Journal of Agricultural Resource Economics* 19:382–396
9. Hazell P, Pomareda C, Valdés A (1986), Crop Insurance for Agricultural Development. The Johns Hopkins University Press, Baltimore
10. Jang, J. , (2004), "Martingale Approach for Moments of Discounted Aggregate Claims" *Journal of Risk and Insurance* 71 (2), 201–211.
11. Jang, . J, & Krvavych, Yuriy. (2004). "Arbitrage-free Premium Calculation for Extreme Losses Using the Shot Noise Process and the Esscher Transform". Insurance: *Mathematics and Economics* 35 (2004) 97–111.
12. Just R, Weninger Q (1999) "Are Crop Yields Normally Distributed?" *American Journal of Agricultural Economics* 81:287–304.
13. Ker . A,& Goodwin . B (2000) "Nonparametric Estimation of Crop Insurance Rates Revisited". *American Journal of Agricultural Economics*, 83:463–478.
14. Ker . A, & Coble . K (2003) "Modeling Conditional Yield Densities". *American Journal of Agricultural Economics* 85:291–304.
15. Léveillé, G. , Garrido, J. , (2001), "Moments of Compound Renewal Sums with Discounted Claims". *Insurance: Mathematics and Economics* 28,217–231.

16. Mahdi, S. & Cenac, M. (2005) Revista de Matem´atica: Teor´ıa y Aplicaciones12(1 & 2) : 151–156 *cimpa – ucr – ccssissn:* 1409-2433

17. Miranda M, Glauber J (1997) "Systemic Risk, Reinsurance, and the Failure of Crop Insurance Markets". *American Journal of Agricultural Economics* 79:206–215

18. Miranda M, Skees J, Hazell P (1999) "Innovations in Agricultural and Natural Disaster Insurance for Developing Countries". *Working paper*, Department of Agriculture, Environmental and Developmental Economics, The Ohio State University.

19. Ozaki, V. A. (2005) Me´todosatuariaisaplicados a` determinac¸a˜o da taxa de preˆmio de contratos de seguroagrı´cola: um estudo de caso, Thesis (Ph. D), Piracicaba – Escola Superior de Agricultura ''Luiz de Queiroz'', Universidade de Sa˜o Paulo, p. 324.

20. Ozaki, Vitor Augusto, (2009) . "Pricing Farm-level Agricultural Insurance: A Bayesian Approach". *Empirical Economics* , 36:231–242, DOI 10. 1007/s00181-008-0193-2.

21. Ramirez O, Misra S, Field J (2003)," Crop-yield Distributions Revisited". *American Journal of Agricultural Economics* 85:108–120

22. Rolski, T. , Schmidli, H. , Schmidt, V. , Teugels, J. , (1999), Stochastic Processes for Insurance and Finance. Wiley, Chichester.

23. Rosseti L (2001), "Zoneamento Agrícola em Aplicações de Crédito e Securidade Rural no Brasil: Aspectos Atuariais e de Política Agrícola". *Rev Bras Agrometeorol* 9:386–399.

24. Sherrick . B, Zanini . F, Schnitkey . G, & Irwin . S (2004) "Crop Insurance Valuation under Alternative Yield Distributions". *American Journal of Agricultural Economics*, 86:406–419.

25. Turvey, C. & Zhao, C. (1999) "Parametric and Nonparametric Crop Yield Distributions and Their Effects on All Risk Crop Insurance Premiums", *Working Paper*, Dep. Of Agricultural Economics and Business, University of Guelf, Ontario.

26. Vitor Augusto Ozaki , (2009), Pricing Farm-level Agricultural Insurance: a Bayesian Approach". *Empirical Economics* 36:231–242.

A Shot Noise Process Approach for Calculating the Net Premium of Crops

The Case of Rain Fed Wheat Insurance

H. Nadimi* , Dr. R. Ofoghi** & Sh. Hashem Beig Mahallati***

Abstract

In Regards to the difficult condition of production in the agriculture market of Iran, currently agricultural insurance has a straight relationship with agricultural economics. Lack of using appropriate methods for crop premium pricing will lead to huge deficits for Iranian Agricultural Insurance Fund (IAIF), so for the first time in agricultural insurance pricing in Iran, in this paper the method of shot noise processes has been applied. The study has been focused on the recorded claims of rain feed wheat, reported by IAIF. Noting a duality result relating the aggregate accumulated claims, as a method for calculating net premium, and shot noise process and distinguishing its virtues, calculations for net premium and loading factors will be proceeded. Lastly the results of this paper will be compared with used premium rates in IAIF and the effects of using shot noise process for crop insurance pricing on agricultural economy will be discussed.

Keywords:

Agricultural Insurance, Net Premium, Shot Noise Process, Loading Factor, Rain Fed Wheat.

* MSc in Actuarial Sciences. ECO College of Insurance, Allameh Tabataba'i University. E-mail: hamidtrip@gmail. com

** Ph. D in Insurance Economics & Contribution of ECO College of Insurance, Allameh Tabataba'i University.

*** MSc in Natural Resources, Tehran University.